ONERA
THE FRENCH AEROSPACE LAB

retour sur innovation

Optimisation d'un filtre particulaire en contexte Track-Before-Detect.

M. BOCQUEL[1], A. LEPOUTRE[1], O. RABASTE[1], F. LEGLAND[2].
[1]Onera DEMR-TSI, Chemin de la Hunière BP 80100, 91123 PALAISEAU Cedex, FRANCE,
[2]INRIA-IRISA, Campus de Beaulieu, 35042 RENNES Cedex, FRANCE.
Melanie.Bocquel@nl.thalesgroup.com, Alexandre.Lepoutre@onera.fr

$$r_k^{lm} = \begin{cases} \rho_k e^{i\varphi_k}\ h^{lm}(\mathbf{x}_k) + n_k^{lm} & \text{cas } s_k = 1, \\ n_k^{lm} & \text{cas } s_k = 0. \end{cases}$$

Résumé

Nous nous intéressons à la détection et au pistage d'une cible en contexte Track-Before-Detect (TBD). Nous proposons ici un filtre particulaire efficace, fondé sur le choix d'une loi instrumentale pertinente motivée par des considérations de détection radar et permettant un gain significatif par rapport aux lois classiquement utilisées dans la littérature, notamment en terme de rapidité de convergence du filtre pour la détection. Nous déterminons également un nombre minimal de particules requis pour garantir des performances de détection intéressantes.

Modélisation

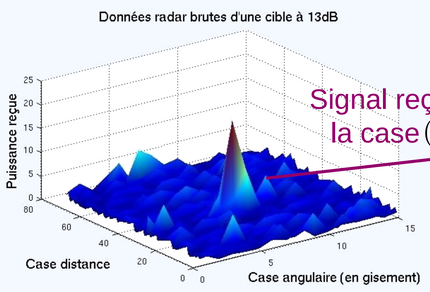
Vecteur d'état : $\mathbf{X}_k = [\mathbf{x}_k, \rho_k, s_k]^T$

- $\mathbf{x}_k = [x_k, y_k, \dot{x}_k, \dot{y}_k]$ Position et vitesse de la cible,
- ρ_k module de l'amplitude de la cible,
- s_k variable markovienne modélisant la présence $(s_k = 1)$ ou l'absence $(s_k = 0)$ de la cible.

Modèle d'état :

	$s_{k-1} = 0$	$s_{k-1} = 1$
$s_k = 0$	L'état de la cible n'est pas définie.	
$s_k = 1$	$\rho_k \sim \mathcal{U}([\rho_{min}, \rho_{max}])$ $(x_k, y_k) \sim \mathcal{U}_{\mathcal{F}}$ ($\mathcal{F}$ la fenêtre d'observation) $(\dot{x}_k, \dot{y}_k) \sim \mathcal{U}_{\mathcal{V}}$ où $\mathcal{V} = \{(\dot{x}_k, \dot{y}_k) \mid v_{min} \leqslant \sqrt{\dot{x}_k^2 + \dot{y}_k^2} \leqslant v_{max}\}$	$[\mathbf{x}_k, \rho_k]^T = F[\mathbf{x}_{k-1}, \rho_{k-1}]^T + \mathbf{v}_k$

Modèle d'observation : $\mathbf{r}_k$, signal reçu par le radar à l'instant k.



Bruit blanc complexe i.i.d de variance $2\sigma^2$.

Amplitude complexe.

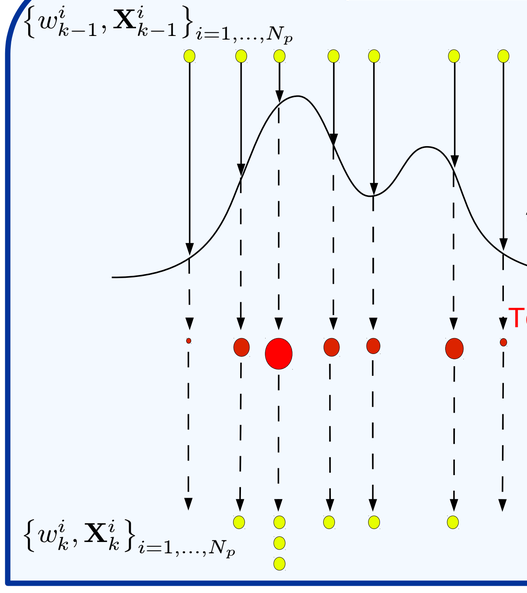
$$r_k^{lm} = \begin{cases} \rho_k e^{i\varphi_k} & h^{lm}(\mathbf{x}_k) + n_k^{lm} \text{ cas } s_k = 1, \\ & n_k^{lm} \text{ cas } s_k = 0. \end{cases}$$

Valeur de la fonction d'ambiguité calculée dans la case.

La phase φ_k étant supposée aléatoire $\Rightarrow$ on travaille sur les échantillons réels $z_k^{lm} = |r_k^{lm}|^2$.

Objectif : estimer séquentiellement au cours du temps $p(\mathbf{X}_k \mid \mathbf{z}_{1:k})$

Filtre Particulaire en TBD



➔ Propagation : $\mathbf{X}_k^i \sim q(\mathbf{X}_k \mid \mathbf{X}_{k-1}^i, \mathbf{z}_k)$

➔ Mise à jour des poids :

$$w_k^i \propto w_{k-1}^i \underbrace{\frac{p(\mathbf{X}_k^i \mid \mathbf{X}_{k-1}^i)}{q(\mathbf{X}_k^i \mid \mathbf{X}_{k-1}^i, \mathbf{z}_k)}}_{\text{Terme de pondération lié au choix de la loi instrumentale}} \begin{cases} 1 & \text{cas } s_k^i = 0 \\ \underbrace{\frac{p(\mathbf{z}_k \mid \mathbf{x}_k^i, \rho_k^i, s_k^i = 1)}{p(\mathbf{z}_k \mid s_k = 0)}}_{\text{Mesure de la vraisemblance.}} & \text{cas } s_k^i = 1 \end{cases}$$

➔ Normalisation.

➔ Rééchantillonnage si nécessaire.

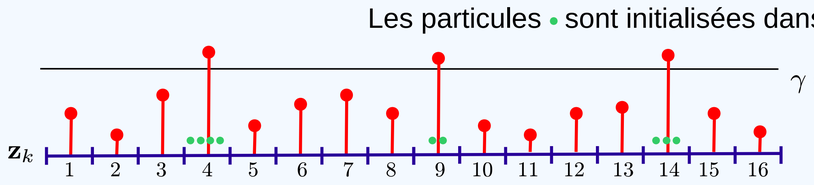
Factorisation de la loi instrumentale

La densité instrumentale proposée tient compte de l'information courante $\mathbf{z}_k$:

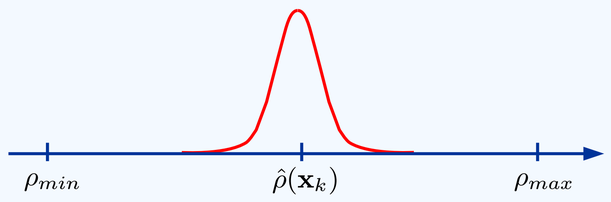
$$q(\mathbf{X}_k|\mathbf{X}_{k-1}, \mathbf{z}_k) = \underbrace{p(s_k|s_{k-1})}_{\text{Echantillonnage de la variable de présence.}} \underbrace{q(\mathbf{x}_k|\mathbf{x}_{k-1}, s_k, s_{k-1}, \mathbf{z}_k)}_{\text{Echantillonnage de la position et la vitesse.}} \underbrace{q(\rho_k|\rho_{k-1}, \mathbf{x}_k, s_k, s_{k-1}, \mathbf{z}_k)}_{\text{Echantillonnage de l'amplitude.}}$$

- Cas $s_k^i = 0$ $\Rightarrow$ l'état de la cible n'est pas défini.
- Cas $s_k^i = 1$ et $s_{k-1}^i = 1$ (Particules « survivantes ») $\Rightarrow$ utilisation du modèle *a priori*.
- Cas $s_k^i = 1$ et $s_{k-1}^i = 0$ (Particules « naissantes ») :
  - Pour la position et la vitesse, $q(\mathbf{x}_k \mid \mathbf{x}_{k-1}, s_k = 1, s_{k-1} = 0, \mathbf{z}_k) = \mathcal{U}_{\mathcal{D}} \times \mathcal{U}_{\mathcal{V}}$.
    - où $\mathcal{D} = \{(l,m) \mid z_k^{lm} > \gamma\}$ et $\gamma = -2\sigma^2 \log(P_{fa})$, avec P_{fa} probabilité de fausse alarme par case de résolution.

Les particules • sont initialisées dans les cases 4, 9 et 14.

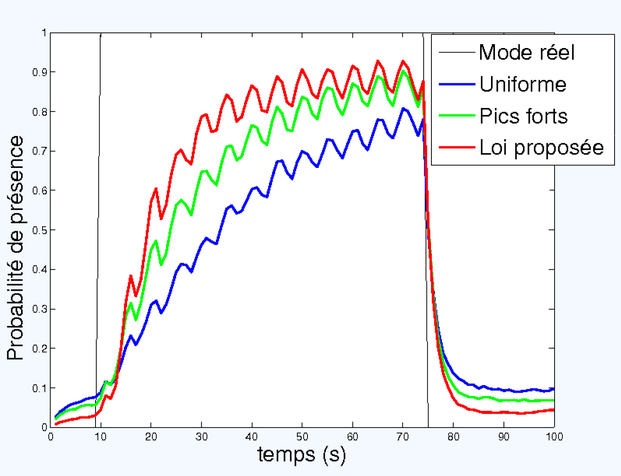


  - Pour l'amplitude, $q(\rho_k|\mathbf{x}_k, s_k = 1, s_{k-1} = 0, \mathbf{z}_k) = \mathcal{N}(\hat{\rho}(\mathbf{x}_k), \sigma_\rho^2)$,
    - où $\hat{\rho}(\mathbf{x}_k)$ est un estimateur de ρ_k pour l'état $\mathbf{x}_k$

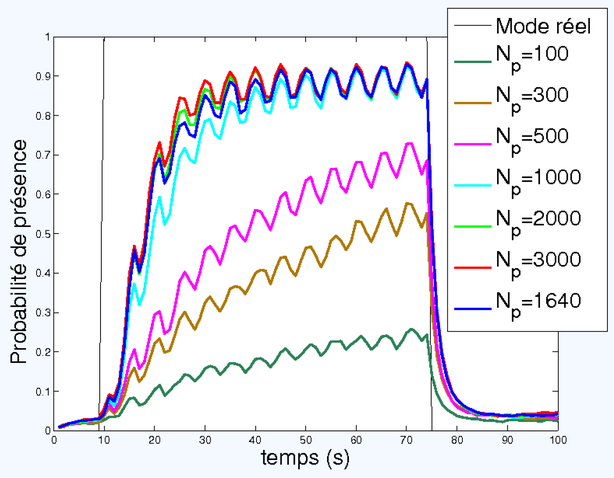


Résultats

- RSB=7dB, $p(s_k = 1 \mid s_{k-1} = 1) = p(s_k = 0 \mid s_{k-1} = 1) = 0.1$, $N = 560$.



Probabilité de présence estimée. Les résultats obtenus avec le filtre proposé ici sont comparés à un filtre classique utilisant des lois instrumentales uniformes et un filtre initialisant les particules sur les « pics forts » [3].



Probabilité de présence estimée. Performances obtenues avec le filtre proposé en fonction du nombre de particules.

Nombre de particules

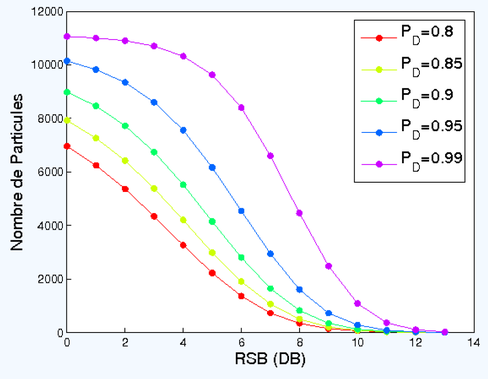
Soit γ un seuil permettant d'assurer une certaine probabilité de détection P_D pour un Rapport Signal à Bruit (RSB) fixé.

- Soit N_{fa} le nombre de case tel que $z_k^{lm} > \gamma$.

Principe : on souhaite initialiser au moins une particule par case ayant dépassé le seuil avec une probabilité P fixée.

- N_{fa} suit une loi binomiale $\mathfrak{B}(N, P_{fa})$, avec N le nombre de cases de résolution.
- Il naît $N_m = \alpha_0 P_n N_p$ particules, avec $P_n = p(s_k = 1 \mid s_{k-1} = 0)$ et α_0 la proportion de particules dans l'état $s_k = 0$ à l'état stationnaire du filtre.

On veut $P(N_{fa} \leq N_n) \geq P \Rightarrow N_{min} \approx \dfrac{\underset{N_n}{\arg\min}\{P(N_{fa} \leq N_n) \geq P\}}{P_n \alpha_0} = \dfrac{F_{\mathfrak{B}}^{-1}(P|N, P_{fa})}{P_n \alpha_0}$



Nombre de particules minimal en fonction du RSB pour différentes P_D avec $N = 560$, $P_n = 0.1$, $\alpha_0 = 0.5$ et $P = 0.99$.

Références

[1] A. Doucet, N. de Freitas, N. Gordon. *Sequential Monte Carlo Methods in Practice.* Springer-Verlag, New-York, 2001.

[2] B. Ristic, S. Arulampalam, N. Gordon. Beyond the Kalman Filter. *Particle Filters for Tracking Applications.* Artech House, London, 2004.

[3] M. Rutten, B. Ristic, N. Gordon. *A comparison of Particle Filters for Recursive Track-Before-Detect.* In 7th International Conference on Information Fusion (FUSION), 2005.

[4] Y. Boers et J.N. Driessen. *Multitarget particle filter track before detect application.* IEE Proceedings on Radar, Sonar and Navigation, vol. 151, p351-357, 2004.